

Доказателство на неравенството на Коши-Буняковски-Шварц за комплексни числа

Неравенството на Коши-Буняковски-Шварц за комплексни числа:

$$\left| \sum_{i=1}^n z_i w_i \right|^2 \leq \sum_{i=1}^n |z_i|^2 \sum_{i=1}^n |w_i|^2$$

Доказателство:

$$\left| \sum_{i=1}^n z_i w_i \right|^2 \leq \left(\sum_{i=1}^n |z_i w_i| \right)^2 \rightarrow \text{следва от свойството } \left| \sum_{i=1}^n z_i \right| \leq \sum_{i=1}^n |z_i|$$

$$|z_1 \cdot z_2| = |z_1| \cdot |z_2| \Rightarrow \left| \sum_{i=1}^n z_i w_i \right|^2 \leq \left(\sum_{i=1}^n |z_i| |w_i| \right)^2 \quad (1)$$

Сега $|z_1|$ и $|w_1|$ са реални числа и от неравенството на Коши-Буняковски-Шварц за реални числа следва:

$$\left(\sum_{i=1}^n |z_i| |w_i| \right)^2 \leq \sum_{i=1}^n |z_i|^2 \sum_{i=1}^n |w_i|^2 \quad (2)$$

$$(1) \text{ и } (2) \Rightarrow \left| \sum_{i=1}^n z_i w_i \right|^2 \leq \sum_{i=1}^n |z_i|^2 \sum_{i=1}^n |w_i|^2$$